



Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura Aeronáutica

Prova de Seleção – 2º semestre de 2017 – Questões de Matemática

24 de maio de 2017

---

Nome do Candidato

## Observações

1. Duração da prova: 90 minutos (uma hora e meia)
2. Não é permitido o uso de calculadoras ou outros dispositivos eletrônicos
3. Cada pergunta admite uma única resposta
4. Marque a alternativa que considerar correta na tabela abaixo
5. Utilize o verso das folhas para a resolução das questões

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
Resp.																

## Questões em Português

1. Em um certo jogo, devem-se lançar simultaneamente dois dados. Para os fins deste jogo, nem a soma nem a ordem dos dados importam, ou seja, o resultado 2 e 5 é diferente de 3 e 4, enquanto que 2 e 5 é igual a 5 e 2. Dentro destas regras, quantos resultados diferentes podem ser produzidos pelo lançamento dos dois dados?
  - (a) 12
  - (b) 18
  - (c) 21
  - (d) 24
  - (e) 36

2. Os pontos no  $\mathbb{R}^3$   $A(1, -4, 0)$ ,  $B(0, 3, 0)$  e  $C(-3, -1, 5)$  formam um triângulo no espaço, sobre o qual são feitas as seguintes afirmações:

I O triângulo é escaleno

II O triângulo é equilátero

III Seu pé da altura em relação ao vértice  $A$  é o ponto  $(0, 1, \frac{5}{2})$

IV Seu baricentro é o ponto  $(-\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$

Sobre estas afirmações, assinale a opção verdadeira:

- (a) Todas as afirmações são verdadeiras
- (b) Existe apenas uma afirmação falsa
- (c) Existem apenas duas afirmações falsas
- (d) Existem apenas três afirmações falsas
- (e) Todas as afirmações são falsas

3. Tomam-se uma caixa cúbica fixa no chão e um tetraedro regular com as faces pintadas com quatro cores distintas. A aresta do tetraedro tem o mesmo comprimento que a diagonal interna das faces quadradas da caixa, de modo que, quando se coloca o tetraedro dentro da caixa, cada vértice do tetraedro passa a coincidir com algum vértice do cubo. Em quantas posições diferentes consegue-se colocar o tetraedro dentro do cubo?

- (a) 6
- (b) 12
- (c) 18
- (d) 24
- (e) 36

4. Alice e Bob e Carlos trabalham em um escritório; Alice e Bob realizam juntos uma certa tarefa em 24 horas. Alice e Carlos realizam juntos a mesma tarefa em 24 horas também. Quando Bob e Carlos realizam a mesma tarefa juntos, eles demoram 20 horas. Em uma força tarefa, Alice, Bob e Carlos trabalharão juntos para terminar a tarefa mais rápido. Supondo que a produtividade individual permanece a mesma e pode ser somada, em quanto tempo a tarefa será terminada pelos três funcionários?

- (a) 8
- (b) 10
- (c) 12
- (d) 15
- (e) 22 horas e 40 minutos

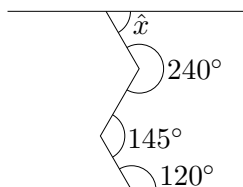


Figura 1: Retas e ângulos (esboço sem representação dos ângulos reais)

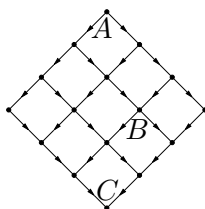


Figura 2: Desenho esquemático de um bairro com os sentidos das ruas

5. Na figura 1,  $\hat{x}$  vale
- $35^\circ$
  - $45^\circ$
  - $55^\circ$
  - $65^\circ$
  - $85^\circ$
6. A Figura 2 mostra o desenho esquemático de um bairro com o sentido de movimento dos carros nas ruas. Por quantos caminhos diferentes pode-se partir da esquina  $A$  para chegar à esquina  $C$  sem passar pela esquina  $B$ ?
- 8
  - 11
  - 12
  - 15
  - 17
7. A Figura 3 mostra as regras para transição entre as camadas e sub-camadas do átomo de hidrogênio. A figura mostra somente as camadas  $n = 1, 2, 3$  e  $4$ , que possuem respectivamente 1, 2, 3 e 4 sub-camadas, numeradas a partir de  $l = 0$ . Observa-se que estas transições podem acontecer entre quaisquer camadas, isto é,  $\Delta n = n_{final} - n_{inicial}$  pode ser qualquer número. Porém, só podem acontecer transições com  $\Delta l = l_{final} - l_{inicial} = \pm 1$ . Para as camadas mostradas figura ( $n = 1, 2, 3$  e  $4$ ), observa-se que existe um total de 14 transições. Se tomarmos as camadas  $n = 1, 2, 3, 4$  e  $5$  ( $n = 5$  com cinco sub-camadas), o número total de transições será de
- 24
  - 30
  - 40
  - 48
  - 55

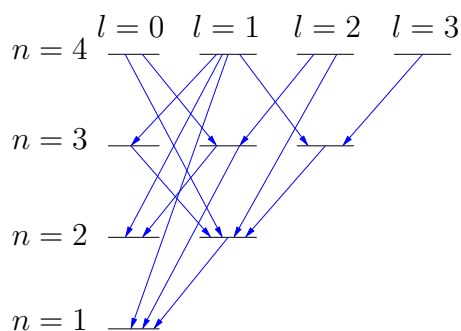


Figura 3: Desenho esquemático das regras de transição do átomo de hidrogênio

8. A expressão  $\frac{\sin(a)-\sin(b)}{\cos(a)-\cos(b)}$  pode ser transformada em

- (a)  $\tan\left(\frac{a+b}{2}\right)$
- (b)  $-\cot\left(\frac{a-b}{2}\right)$
- (c)  $\tan\left(\frac{a-b}{2}\right)$
- (d)  $-\cot\left(\frac{a+b}{2}\right)$
- (e)  $-\cot\left(\frac{a+b}{2}\right)\cot\left(\frac{a-b}{2}\right)$

## Questões em Inglês

9. About the equation

$$x^3 - x^2 + 2 = 0,$$

it is *false* to say that

- (a)  $x = -1$  is a solution of this equation
- (b) has one real solution only
- (c) has two complex solutions
- (d) has two roots in common with  $x^2 - 2x + 2 = 0$
- (e) cannot be solved

10. The productory

$$q = \prod_{i=3}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{i^2}\right) = \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \dots$$

results in

- (a)  $q = 0$
- (b)  $q = \frac{2}{3}$
- (c)  $q = \left(\frac{2}{3}\right)^2$
- (d)  $q = 3$
- (e)  $q = \infty$

11. The system of equations

$$\begin{cases} xy + x + y = 20 \\ xy - x - y = 4 \end{cases}$$

- (a) has only one solution, which is  $x = y = 4$
- (b) has only one solution, which is  $x = 3, y = 5$
- (c) has only one solution, which is  $x = 2, y = 6$
- (d) has only one solution, which is  $x = 1, y = 7$
- (e) has more than one solution

12. The equation

$$e^{3x} - 3e^{2x} \arccos(x) + 3e^x \arccos^2(x) - \arccos^3(x) = 0$$

- (a) has no real solution
- (b) has one real solution only
- (c) has only three real solutions
- (d) has several periodic real solutions
- (e) has several non-periodic real solutions

13. By solving the equation

$$5 \log\left(\frac{x}{8}\right) + 2 \log\left(\frac{x}{5}\right) = 4 \log(x) - \log(25),$$

one gets

- (a)  $x = 8$
- (b)  $x = 9$
- (c)  $x = 16$
- (d)  $x = 27$
- (e)  $x = 32$

14. Figure 4 shows a regular octahedron with vertices  $ABCDEF$ . The ratio between the octahedron volume and the volume of non-regular tetrahedron  $BDEF$  is

- (a) 1 : 8
- (b) 1 : 6
- (c) 1 : 4
- (d) 1 : 3
- (e) is an irrational number

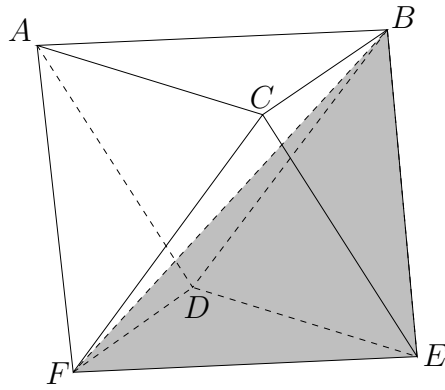


Figure 4: Regular octahedron

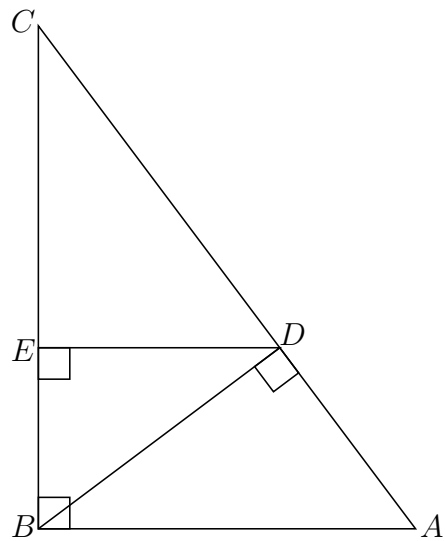


Figure 5: Right triangle

15. In Figure 5,  $AB = 3$  and  $BC = 4$ . The ratio between the areas of the triangles  $ABD$  and  $BDE$  is
- (a)  $3 : 5$
  - (b)  $4 : 5$
  - (c)  $15 : 4$
  - (d)  $25 : 16$
  - (e)  $125 : 64$
16. The average (arithmetic mean) of four numbers is  $4x + 6$ . If one of the numbers is  $x$ , what is the average of the other three numbers?
- (a)  $x + 2$
  - (b)  $3x + 6$
  - (c)  $5x + 2$
  - (d)  $5x + 8$
  - (e)  $15x + 24$