Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica

Prova de seleção - 1º semestre de 2017 - Questões de Matemática

04 de novembro de 2016

____

Nome do(a) candidato(a)

Observações

1. Duração da prova: 90 minutos (uma hora e meia)
2. Não é permitido o uso de calculadoras ou outros dispositivos eletrônicos
3. Cada pergunta admite uma única resposta
4. Marque a alternativa que considerar correta na tabela abaixo
5. Utilize o verso das folhas para a resolução das questões

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
Resp.																

Questões em Português

1) Toma-se uma balança de dois pratos e sete pesos distintos, com massas expressas como inteiros, de 1 a 7 kg. Usando todos os pesos, de quantos modos pode-se dispô-los nos dois pratos, de modo que a balança fique em equilíbrio?

(a) 6
(b) 7
(c) 8
(d) 12
(e) 14

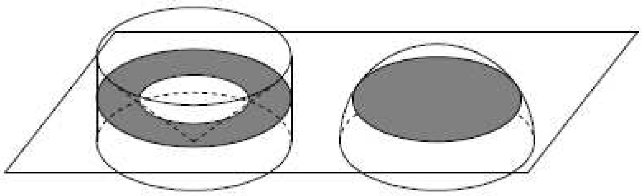

Figura 1: Anticlepsidra e esfera cortadas por um plano

2) A anticlepsidra é formada quando se subtrai do volume de um cilindro o volume de um cone de mesma base e mesma altura. Na Figura 1, apresenta-se uma anticlepsidra com mesma base e mesma altura que a semi-esfera. Ambas as figuras tem suas bases sobre o mesmo plano e são cortadas por um plano paralelo ao plano de base. Sobre as duas figuras, são feitas as seguintes afirmativas:

I As seções de corte do plano referido tem a mesma área

II As porções sólidas das figuras abaixo do plano de corte tem o mesmo volume.

Assinale a opção correta:

(a) A afirmação I e a afirmação II são *sempre verdadeiras*

(b) A afirmação I é *sempre verdadeira* e afirmação II é *sempre falsa*

(c) A afirmação II é *sempre verdadeira* e afirmação I é *sempre falsa*

(d) A afirmação I e a afirmação II são *sempre falsas*

(e) A veracidade das duas afirmações vai depender da altura do plano de corte

3) A Figura 2 mostra as três cônicas (elipse, parábola e hipérbole) dispostas sobre os eixos cartesianos. Em geometria analítica, estas curvas podem ser representadas pela equação geral

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

Para qualquer cônica com $ac \neq 0$, o número de interceptos da mesma com o eixo x será definido através da discussão do sinal do seguinte discriminante:

(a) $\Delta = 4ac - b^2$

(b) $\Delta = d^2 - 4af$

(c) $\Delta = e^2 - 4cf$

(d) $\Delta = 2f(4ac - b^2) + 2c(4af - d^2) + 2a(4cf - e^2)$

(e) Nenhuma das opções anteriores

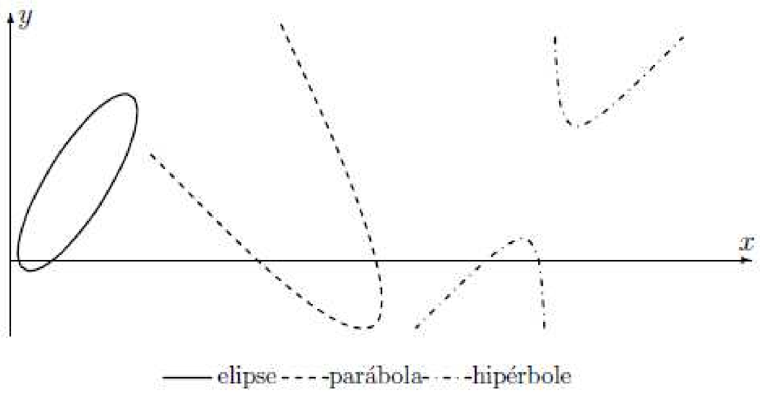

Figura 2: Cônicas

4) A Figura 3 mostra um triângulo com três círculos tangentes entre si, com seus centros nos vértices do triângulo. Os segmentos *DO*, *EO* e *FO* partem dos pontos de tangência dos círculos e são tangentes aos mesmos. É *errado* afirmar que

(a) Os segmentos serão sempre iguais
(b) O é o centro do círculo circunscrito do triângulo ABC
(c) O é o centro do círculo inscrito do triângulo ABC
(d) O é o encontro das mediatrizes do triângulo DEF
(e) $\angle OCE = \angle OCD$

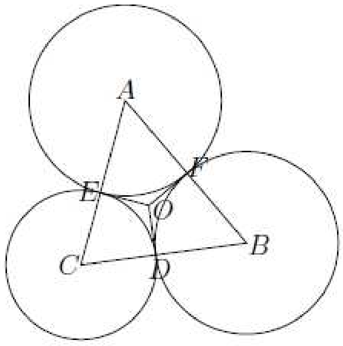

Figura 3: Triângulos com círculos em seus vértices

5) Quatro quadrados coloridos com quatro cores distintas, todos de aresta $l = 1$, podem ser justapostos dentro de um quadrado de aresta $l = 2$. Considera-se que dois modos de dispor estes quatro quadrados são iguais se, por rotação ou reflexão, pode-se fazer um modo coincidir com outro. Neste caso, de quantos modos diferentes pode-se justapor os quatro quadrados coloridos?
(a) 3
(b) 4
(c) 8
(d) 12
(e) 24

6) Em calmaria (ausência de ventos), um avião gasta 18 horas na viagem de Honolulu, no Havaí, até Tóquio, no Japão. Se o mesmo avião faz o mesmo percurso dentro da Corrente de Jato, que tem velocidade constante e sentido Honolulu-Tóquio, ele gasta 12 horas. Considerando-se que a soma direta das velocidades do avião e do vento é válida para o cálculo do tempo gasto, se o mesmo avião fosse voltar de Tóquio para Honolulu contra a Corrente de Jato, ele gastaria
(a) 15 horas
(b) 20 horas
(c) 24 horas
(d) 30 horas
(e) 36 horas

7) Para ângulos menores do que 40^{o}, a seguinte aproximação para cálculo do cosseno

$$\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

quando θ é expresso em radianos, é bastante satisfatória. Logo, sobre as soluções da equação $\cos(\theta) = \theta$ (em radianos):

(a) possui infinitas soluções periódicas
(b) possui duas soluções
(c) possui uma solução $\theta \approx \sqrt{3} - 1$ rad
(d) possui uma solução $\theta \approx \sqrt{3} + 1$ rad
(e) não possui soluções reais

8) Uma urna contém duas bolas vermelhas, duas bolas verdes e duas bolas azuis. Desta urna, três bolas são sorteadas sem reposição. Qual a probabilidade de resultarem do sorteio três bolas com cores diferentes?

(a) 1/216
(b) 1/27
(c) 1/8
(d) 2/9
(e) 2/5

Questões em Inglês

9) About the system of linear equations

$$\begin{cases} a^2 x + y = a \\ x - y = 1 \end{cases}$$

the following statements are proposed:

I The system has no solution for some real value(s) of *a*
II The system has infinitely many solution for some other real value(s) of *a*

About the previous statements, one can say that:

(a) Both statements I and II are *always true*
(b) Statement I is *always true* while statement II is *always false*
(c) Statement II is *always true* while statement I is *always false*
(d) Both statements I and II are *always false*
(e) None of options above are true

10) The system of equations

$$\begin{cases} \ln(xy) = -6 \\ \ln[y^{\ln x}] = 9 \end{cases}$$

(a) has no solution $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
(b) has only one solution $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
(c) has two distinct solutions $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
(d) has four distinct solutions $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
(e) has a large number (infinite) of distinct solutions $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

11) In Figure 4, the length of arc AB is 4 cm and the length of arc CD is 1 cm. The center O' of the larger circle lies at the intersection of lines EC and BD. The length of arc EF is
(a) 4
(b) 25/6
(c) 5
(d) 35/6
(e) 20/3

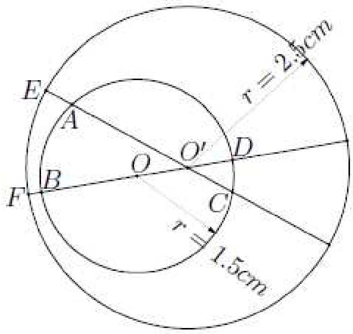

Figure 4: Circles and line segments

12) Figure 5 shows a *rhombic triacontahedron*, which is a non-regular convex polyhedron. It has 30 faces and 60 edges. The number of vertices of this solid is
(a) 26
(b) 28
(c) 30
(d) 32
(e) 34


Figure 5: *Rhombic triacontahedron*

13) If n is integer, which of the following numbers may not be divisible by 3?
(a) $n^3 + n$
(b) $n^3 - n$
(c) $n^3 - 4n$
(d) $n^3 + 3n^2 + 2n$
(e) $n^4 - n^2$

14) A sequence of numbers a_n is given by the recursive relation: $a_{n+1} = 2a_n + 1$, with $a_0 = 1$. It is *wrong* to say that
(a) a_n is odd for all n
(b) if n is odd, a_n is divisible by 3
(c) there are infinite a_n divisible by 7
(d) $a_n > 2^n$ for all $n > 0$
(e) the sequence $b_n = a_{n-1} - a_n$ is an arithmetic progression

15) During a special promotion, a certain filling station is offering a 20% discount on gas purchased after the first 20 gallons. If John purchased 50 gallons of gas, and Paul purchased 40 gallons of gas, then Paul's total per-gallon discount is what percent of John's total per-gallon discount?
(a) 70%
(b) 83.3%
(c) 85.7%
(d) 100 %
(e) 125%

16) About combinations, the following statements are proposed:
I $\quad C_n^j = C_n^{n-j}, \forall n > j$
II $\quad C_n^j$ is divisible by $C_n^{j-1}, \forall n > 2j$
About the previous statements, one can say that:
(a) Both statements I and II are *always true*
(b) Statement I is *always true* while statement II is *always false*
(c) Statement II is *always true* while statement I is always false
(d) Both statements I and II are *always false*
(e) None of options above are true