



Divisão de Engenharia Mecânica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica

Prova de Seleção para Bolsas – 2º semestre de 2013

19 de agosto de 2013

---

Nome do Candidato

## Observações

1. Duração da prova: 90 minutos (uma hora e meia)
2. Não é permitido o uso de calculadora
3. Cada pergunta admite uma única resposta
4. Marque a alternativa que considerar correta na tabela abaixo
5. Utilize o verso das folhas para a resolução das questões

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
Resp.																

## Questões em Português

1. São dados um octaedro e um tetraedro regulares, ambos com aresta  $l$ . Neste caso, razão entre seus volumes será.
  - (a) 1
  - (b) 2
  - (c) 3
  - (d) 4
  - (e) 8

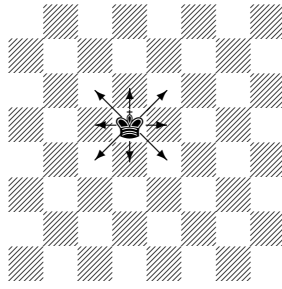


Figura 1: Tabuleiro do jogo de xadrez com o rei e seus deslocamentos possíveis em um único movimento.

2. No jogo de xadrez, o rei é uma peça que anda uma casa a cada movimento, podendo fazê-lo nas direções horizontal, vertical ou diagonal, conforme mostra a figura 1. Um passeio aleatório consiste em se fazer movimentos randômicos consecutivos da peça, com igual probabilidade para cada direção possível. Considerando a posição inicial indicada na figura, qual a probabilidade do rei voltar para sua posição inicial após 3 movimentos?

- (a)  $\frac{1}{64}$
- (b)  $\frac{1}{32}$
- (c)  $\frac{3}{64}$
- (d)  $\frac{1}{16}$
- (e)  $\frac{5}{64}$

3. Na Figura 2,  $IA$ ,  $BH$ ,  $CG$  e  $DF$  são paralelas entre si, assim como  $BI$ ,  $CH$ ,  $DG$  e  $EF$ . Os triângulos  $ABI$  e  $BHI$  são retângulos e  $\angle AIB = 30^\circ$ . Se  $AI = 1$ , quanto vale  $AI + BH + CG + DF$ ?

- (a)  $\frac{37}{16}$
- (b)  $\frac{175}{64}$
- (c)  $\frac{5}{2}$
- (d) 3
- (e) 4

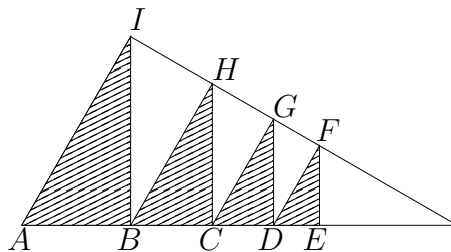


Figura 2: Quatro triângulos retângulos

4. A Figura 3 mostra o triângulo  $ABC$ , seu círculo inscrito com centro  $I$  e seu círculo exinscrito com ponto de tangência  $D$ . Dados *apenas* a área e o perímetro do triângulo  $ABC$ , assinale qual grandeza *não* pode ser calculada:
- Área do triângulo  $DIC$
  - Perímetro do triângulo  $DIC$
  - Raio do círculo inscrito
  - Comprimento  $DC$
  - Podem-se calcular todos os itens anteriores

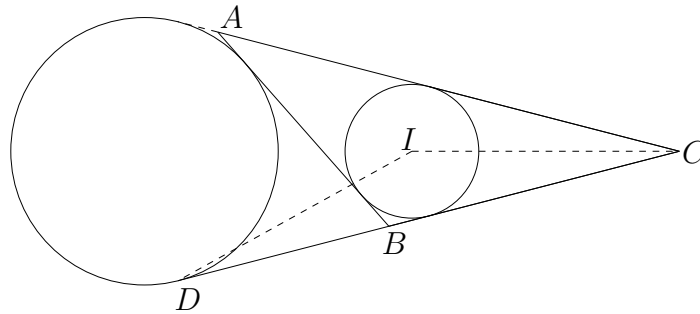


Figura 3: Triângulo com círculos inscrito e exinscrito

5. Um corpo sofre um lançamento oblíquo no ar, onde o atrito é considerado desprezível, enquanto a aceleração da gravidade é  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Ele cai seis segundos depois, a 240 m do ponto de lançamento. O módulo de sua velocidade inicial é:
- 50 m/s
  - 120 m/s
  - 130 m/s
  - 150 m/s
  - 170 m/s
6. Sejam  $A$  e  $B$  definidos por

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} g(x), \quad \text{onde} \quad g(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \quad \text{onde} \quad f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right).$$

Pode-se afirmar então que

- $A = B = 0$
- $A = 0$ ,  $B$  é indefinido
- $B = 0$ ,  $A$  é indefinido
- $A$  e  $B$  são indefinidos
- $A = 1$  e  $B = 0$

7. Colocam-se em uma panela cheia e fechada e isolada três resistências elétricas, que fazem ferver a água contida nesta panela. Duas das resistências são iguais, e quando uma destas está ligada, a panela cheia ferve em 14 minutos. Quando somente a terceira resistência está ligada, a mesma panela cheia ferve em 21 minutos. Assim, quando as três resistências estão ligadas, a panela cheia deve ferver em:

- (a) 5 minutos
- (b) 5 minutos e 15 segundos
- (c) 5 minutos e 30 segundos
- (d) 5 minutos e 45 segundos
- (e) 6 minutos

8. As soluções do sistema de equações

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$$

são

- (a) 1, -6
- (b) -1, 6
- (c) 2, 3
- (d) -2, 3
- (e) 2, -3

## Questões em Inglês

9. Figure 4 shows two circles with centers in  $C$  and  $E$ , tangent to each other in  $D$ . This figure also show line  $AG$ , tangent to the circles in  $I$  and  $G$  and a line  $DH$  tangent to the circles. Mark the *wrong* choice, i.e., the choice that is not valid for any two tangent circles:

- (a) Quadrilateral  $DEGH$  is cyclic (i.e., there is always a circle that passes through its vertices).
- (b)  $H$  is always the midpoint of  $GI$ .
- (c)  $I$  is always the midpoint of  $AG$
- (d)  $AB \cdot AF = AD^2$
- (e)  $AI \cdot AG = AD^2$

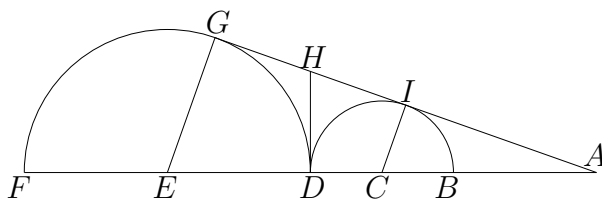


Figure 4: Tangent Circles

10. If the value of the expression

$$\frac{u}{v} \frac{x}{y+3}$$

is doubled by halving exactly one of the four variables, which variable should be halved?

- (a)  $u$
- (b)  $v$
- (c)  $x$
- (d)  $y$
- (e) It is not possible to solve this problem.

11. The indefinite integral

$$\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$$

is calculated as

- (a)  $\arctan(x)$
- (b)  $\frac{x}{x^3 - x}$
- (c)  $\ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$
- (d)  $\ln(x^2 - 1)$
- (e)  $-\frac{1}{x^2 - 1}$

12. Each of the even-numbered terms in a certain sequence are formed by multiplying the preceding term by  $-1$ . Each of the odd-numbered terms in the sequence are formed by adding 3 to the preceding term. If the first term in the sequence is 3, then what is the 167<sup>th</sup> term?

- (a)  $-3$
- (b)  $-1$
- (c)  $0$
- (d)  $1$
- (e)  $3$

13. Ten men and five women are to be disposed in a queue. If they will arrive in any order, what is the probability that the women stay together, with no man between them?

- (a)  $\frac{5!}{15!}$
- (b)  $\frac{10!}{15!}$
- (c)  $\frac{5! 10!}{15!}$
- (d)  $\frac{5! 10! 10}{15!}$
- (e)  $\frac{5! 11!}{15!}$

14. The intersection point of the lines drawn in Figure 5 is

- (a) (10, 9)
- (b) (9, 10)
- (c) (8, 9)
- (d) (9, 8)
- (e) It is not possible to determine this intersection (data are insufficient)

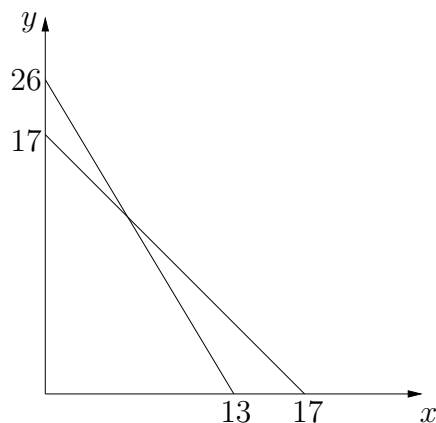


Figure 5: Intersection between two lines (drawing not in scale)

15. If  $\frac{3+p}{2q} = 1$ , which of the following could be true?

- (a)  $p = -1$  and  $q = 1$
- (b)  $p = -1$  and  $q = \frac{1}{2}$
- (c)  $p = 1$  and  $q = 0$
- (d)  $p = 0$  and  $q = 1$
- (e)  $p = 0$  and  $q = 0$

16. For positive integers  $n$ , which of the following could *not* be the units digit of  $7^n$ ?

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 5
- (d) 7
- (e) All of them could be the units digit of  $7^n$